

УДК 624.073.2

В.И.ТОРКАТЮК, д-р техн. наук, А.И.КОЛОСОВ, д-р физ.-матем. наук,
И.А.АЧКАСОВ, канд. техн. наук, Г.Х.СЕЙФЕЛЬДИН, О.В.ЯКИМЕНКО

Харьковская национальная академия городского хозяйства

С.В.БУТНИК, канд. техн. наук

Харьковский государственный технический университет строительства и архитектуры

Т.В.МИТИНА

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

ПОИСК ПУТЕЙ, ПРИЕМОВ И МЕТОДОВ ОБОСНОВАНИЯ НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ БАЗЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ «ФУНДАМЕНТ – ГРУНТОВОЕ ОСНОВАНИЕ»

Рассматриваются особенности функционирования сложной технической системы «фундамент – грунтовое основание», от надежности которого зависят эксплуатационные параметры здания или сооружения в пространстве, во времени и в пределах экономической целесообразности.

Актуальность данной работы обусловлена тем, что грунтовое основание является сложной многофакторной системой, что вызывает необходимость комплексного подхода по учету всех этих факторов в процессе проектирования с целью их максимального учета при выборе конструктивных решений фундаментов зданий и сооружений, т.е. создания высокоэффективных технических систем «фундамент – грунтовое основание».

Имеющиеся в этом направлении разработки [1-3] не охватывают задач современного фундаментостроения и требуют углубленных исследований.

В связи с этим целью настоящей работы являются комплексные исследования по определению расчетных параметров грунтовых оснований для их учета при конструировании фундаментов под здания и сооружения.

Решая задачи для достижения поставленной цели, необходимо исходить из того, что практика создания высокоэффективных технических систем и технологических процессов при проектировании фундаментов, помимо использования новых принципов, новых материалов, новых физических эффектов и других новых решений, определяющих общую структуру создаваемого объекта, включает выбор наилучшего сочетания значений параметров этого объекта (геометрических размеров, электрических характеристик и т.п.), поскольку изме-

нения параметров (при фиксированной общей структуре или компоновке) могут существенно влиять на показатели эффективности. При автоматизированном проектировании с использованием ЭВМ испытания вариантов могут осуществляться не на самом объекте (что требует организации дорогих натурных экспериментов), а путем анализа его математической модели для различных значений параметров. Усложнение математических моделей, сопровождающее процесс создаваемых объектов, приводит к резкому увеличению трудоемкости оценки и характеристик на основе анализа модели. Главным (и зачастую единственным) инструментом такой оценки сегодня становится вычислительный эксперимент. Это повышение сложности приводит к необходимости целенаправленного выбора вариантов в процессе поиска оптимального (наиболее эффективного) решения.

Суть целенаправленного выбора состоит в том, чтобы на основе анализа небольшой части вариантов исключить из дальнейшего рассмотрения многие заведомо неперспективные и сосредоточить дальнейший поиск в подмножестве, содержащем лучший вариант. Различные математические схемы такого целенаправленного выбора основаны на гипотезе, что можно приблизиться к лучшему варианту путем последовательных малых изменений (улучшений) текущего (рассматриваемого) варианта. При этом поиск малого улучшения может осуществляться на основе небольших (локальных) вариаций параметров. Идея такого локального поиска предлагает определенную монотонность характеристик эффективности, которые в математической постановке могут фиксироваться требованиями линейности, квадратичности, выпуклости и т.п.

Усложнение процессов, протекающих в объекте, его многофункциональность и разнообразие условий применения могут приводить к тому, что характеристики эффективности не будут обладать указанным выше свойством монотонности и обусловят недостаточность методов локального поиска для оценки наилучшего варианта. Недостаточность проявляется в том, что любое локальное изменение текущего (не лучшего) варианта не обеспечивает улучшения либо в силу попадания в локальный оптимум, когда для улучшения необходимо значительное (направленное) изменение, либо в силу того, что область работоспособных вариантов, определяемая ограничениями на некоторые характеристики объекта (по весу, по прочности, по скорости и т.п.), состоит из нескольких не связанных частей и локальные изменения параметров недостаточны для перехода из одной части в другую.

Применяемые в таких задачах процедуры глобального поиска обеспечивают целенаправленность за счет ограниченности изменения

характеристик объекта при изменениях его параметров (отражающего ограниченность мощностей, вызывающих изменения в объекте).

Рассмотрим решения этой задачи на примере вдавливания жесткой полосы (протоп здания или сооружения) в упругую среду грунтового основания (без учета сил трения) в том случае, когда подошва полосы является плоскостью различных геометрических очертаний. Эта задача, представляющая известный интерес в фундаментостроении и машиностроении, неоднократно исследовалась различными учеными [4-6]. Новизна предлагаемого исследования заключается в использовании теоремы, дающей возможность почти автоматически получать необходимый результат, в том числе и в фундаментостроении.

Теорема формулируется следующим образом: если в пределах полосы постоянной ширины $2l$ заданы осадки основания и они могут быть представлены рядом из полиномов Чебышева, то давления, вызывающие эти осадки, выражаются с точностью до постоянного множителя тем же рядом из полиномов Чебышева, деленным на $\sqrt{l^2 - x^2}$.

Полное доказательство этой теоремы приведено в работе [7], а здесь мы ограничимся лишь выводами и необходимыми для дальнейшего изложения пояснениями.

Полиномы Чебышева определяются равенством

$$T_n(x) = \cos n \arccos x \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Придавая n любое целое положительное значение и непосредственно применяя тригонометрические формулы косинусов кратных дуг, получаем:

$$T_0 = \cos 0 = 1; \quad T_1(x) = \cos \arccos x = x; \quad T_2(x) = \cos 2 \arccos x = 2x^2 - 1.$$

Существует следующее рекуррентное соотношение:

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x) \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

при помощи которого легко получать полиномы Чебышева последовательно один за другим. Эти полиномы обладают свойством ортогональности, выражаемым равенствами:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^{+1} \frac{T_k(x)T_l(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx &= 0, \quad k \neq l; \\ \int_{-1}^{+1} \frac{T_k^2(x)dx}{\sqrt{1-x^2}} &= \frac{\pi}{2}, \quad k = 1, 2, 3, \dots; \\ \int_{-1}^{+1} \frac{T_0^2 dx}{\sqrt{1-x^2}} &= \pi. \end{aligned}$$

Более подробные сведения о полиномах Чебышева можно найти в книге В.Л. Гончарова [8].

Непосредственно вычислением установлено, что

$$\int_{-1}^{+1} \frac{T_n(t)}{\sqrt{1-t^2}} \ln|x-t| dt = -\frac{\pi}{n} T_n(x). \quad (1)$$

Это равенство справедливо для всех полиномов, кроме нулевого. Что же касается $T_0 = 1$, то аналогичный интеграл будет равен:

$$\int_{-1}^{+1} \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \ln|x-t| dt = -\pi \ln 2 = const. \quad (1a)$$

Соотношения (1) и (1a) являются математической основой сформулированного выше утверждения.

Вертикальные перемещения точек ограничивающей плоскости от действия распределенной нагрузки $p(\bar{x})$, приложенной в пределах полосы $-l \leq \bar{x} \leq l$, представляются для случая плоской деформации выражением

$$v = -\frac{2(1-\mu^2)l}{\pi E} \int_{-l}^{+l} p(\bar{t}) \ln|\bar{x}-\bar{t}| d\bar{t} + const. \quad (2)$$

В дальнейшем будем пользоваться относительными координатами \bar{x} , \bar{t} , представляющими собой отношение действительных координат x , t к полуширине l . Тогда выражение (2) можно переписать так:

$$v = -\frac{2(1-\mu^2)l}{\pi E} \int_{-1}^{+1} p(t) \ln|x-t| dt + const. \quad (2a)$$

Если распределение давлений внутри полосы принять в виде:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \sum_{n=0}^{\infty} A_n T_n(x),$$

то, учитывая (1) и (1a) и пользуясь (2a), получаем выражение для вертикальных перемещений

$$v = \frac{2(1-\mu^2)l}{E} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} A_n T_n(x) + const. \quad (3)$$

Следовательно, в случае заданных осадок внутри полосы, которые всегда можно представить рядом из полиномов Чебышева

$$v = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} A_n T_n(x) + const, \quad (4)$$

давления, их вызвавшие, равны:

$$p(x) = \frac{E}{2(1-\mu^2)l} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \sum_{n=0}^{\infty} A_n T_n(x). \quad (5)$$

Рассмотрим некоторые примеры, приведенные в книге Н.И.Мусхелешвили [4]. Предположим, что основание полосы очерчено по параболе (рис.1)

$$v = \frac{1}{R}(l^2 - x^2) = \frac{l^2}{R}(1 - x^2),$$

где R – достаточно большое число, чтобы осадки v можно было бы считать малыми.

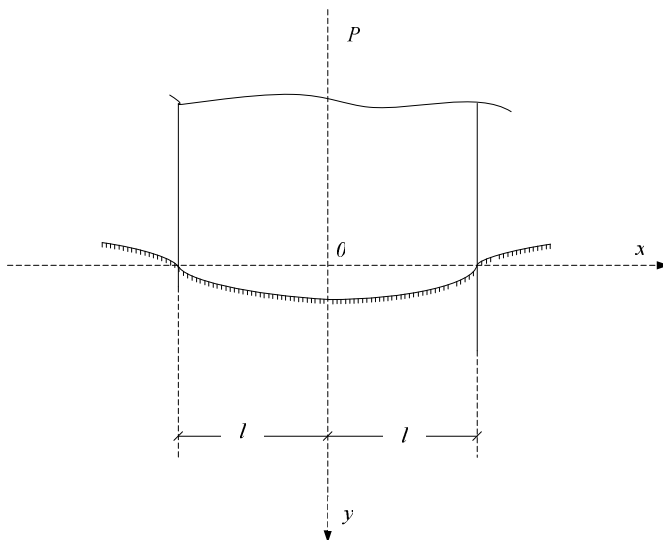


Рис.1 – Основание плоскости, очерченное по параболе

Так как $T_2(x) = 2x^2 - 1$, то $x^2 = \frac{1}{2}T_2(x) + \frac{1}{2}$ и

$$v = \frac{l^2}{R} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}T_2(x) \right].$$

Следовательно,

$$p(x) = \frac{El}{2R(1-\mu^2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \left[\frac{A_0}{2} - T_2(x) \right]. \quad (6)$$

Коэффициент A_0 определяется из условия равновесия:

$$\int_{-1}^{+1} p(x)dx = \frac{P}{l}; \quad \frac{El}{2R(1-\mu^2)} \left[\frac{A_0}{2} \int_{-1}^{+1} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int_{-1}^{+1} \frac{T_2(x)dx}{\sqrt{1-x^2}} \right] = \frac{P}{l}.$$

Первый интеграл равен π , а второй – нулю по свойству ортогональности ($T_0=1$). Следовательно,

$$\frac{El}{2R(1-\mu^2)} \cdot \frac{A_0\pi}{2} = \frac{P}{t} \quad \text{и} \quad A_0 = \frac{4PR(1-\mu^2)}{\pi El^2}.$$

Окончательно, подставляя значение A_0 в (6), получаем:

$$p(x) = \frac{P}{\pi l \sqrt{1-x^2}} - \frac{El}{2R(1-\mu^2)} \cdot \frac{2x^2-1}{\sqrt{1-x^2}}. \quad (7)$$

Переходя к действительным координатам \bar{x} , равным xl , будем иметь:

$$p(\bar{x}) = \frac{P}{\pi \sqrt{l^2-x^2}} - \frac{E}{2R(1-\mu^2)} \cdot \frac{2\bar{x}^2-l^2}{\sqrt{l^2-x^2}}. \quad (7a)$$

Это решение справедливо при полном соприкосании параболической дуги с упругой полуплоскостью. Для этого необходимо, чтобы P было достаточной для такого вдавливания. Ее величина определится из того условия, что в любой точке внутри полосы давления $p(x)$ должны быть положительными, т.е.

$$\frac{P}{\pi l \sqrt{1-x^2}} > \frac{El}{2R(1-\mu^2)} \cdot \frac{2x^2-1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Сокращая на $\sqrt{1-x^2}$ и принимая для правой части ее наибольшее значение ($x = \pm 1$), получаем необходимую величину силы

$$P > \frac{E\pi l^2}{2R(1-\mu^2)}. \quad (8)$$

Второй пример относится к полосе с прямолинейным наклонным основанием (рис.2). В этом случае

$$v = \varepsilon(l + \bar{x}) = \varepsilon l [1 + T_1(x)].$$

Соответствующие таким осадкам давления будут равны:

$$p(x) = \frac{E\varepsilon}{2(1-\mu^2)} \cdot \frac{A_0 + x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Коэффициент A_0 по-прежнему определяется из условий равновесия:

$$(x) dx = \frac{P}{l}; \quad \frac{E\varepsilon}{2(2-\mu^2)} A_0 \pi = \frac{P}{l}; \quad A_0 = \frac{2P(1-\mu^2)}{\pi E \varepsilon l}.$$

Таким образом, давления по линии контакта будут равны:

$$p(x) = \frac{P}{\pi l \sqrt{1-x^2}} + \frac{E\varepsilon}{2(1-\mu^2)} \cdot \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

или, переходя к действительным координатам,

$$p(\bar{x}) = \frac{P}{\pi l \sqrt{1-\bar{x}^2}} + \frac{E\varepsilon}{2(1-\mu^2)} \cdot \frac{\bar{x}}{\sqrt{1-\bar{x}^2}}. \quad (9)$$

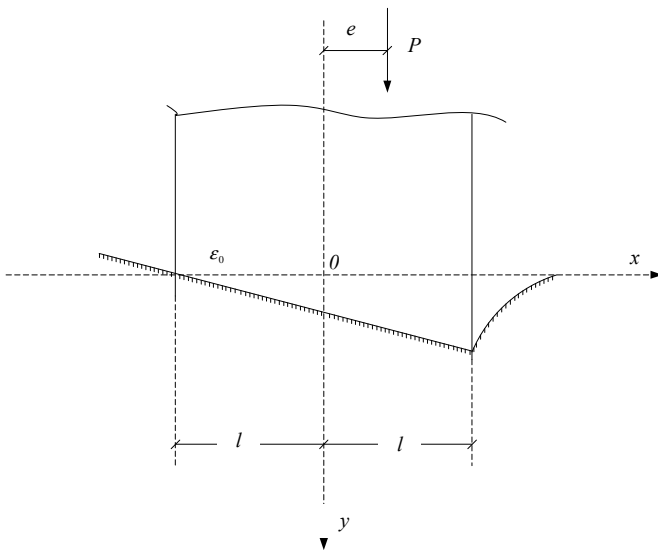


Рис.2 – Основание плоскости с прямолинейным наклонным основанием

На основании соображений, изложенных в предыдущем примере, необходимая величина силы P для осуществления такого вдавливания определяется выражением

$$P > \frac{\pi E \varepsilon l}{2(1-\mu^2)}. \quad (10)$$

Эта сила должна быть приложена с таким эксцентриситетом e , чтобы ее момент относительно середины равнялся:

$$M = Pe = l^2 \int_{-1}^{+1} xp(x)dx = l^2 \left[\frac{P}{\pi l} \int_{-1}^{+1} \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{E\varepsilon}{2(1-\mu^2)} \int_{-1}^{+1} \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}} \right].$$

Заменяя в подынтегральных выражениях x на $T_1(x)$ и x^2 на $\frac{1}{2}T_2(x) + \frac{1}{2}$ и используя свойство ортогональности, получаем:

$$e = \frac{E\varepsilon l^2}{2P(1-\mu^2)} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi E\varepsilon l^2}{4P(1-\mu^2)}. \quad (11)$$

Рассмотренные примеры [9] подтверждают возможность почти автоматического получения результатов при любом очертании нижнего основания полосы. Весь вопрос сводится к представлению заданной функции осадок полиномами Чебышева. В общем случае наилучшее квадратическое приближение функции $f(x)$ представляется бесконечным рядом

$$f(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n T_n(x),$$

$$A_k = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^{+1} \frac{f(x) R_k(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

В случае, когда функция осадок представляется целым алгебраическим полиномом, переход к полиномам Чебышева осуществляется простым сопоставлением [10].

Таким образом, в результате выполненных исследований можно констатировать, что основание в системе «фундамент – грунтовое основание» необходимо рассматривать с учетом комплексной характеристики грунта и принимать по данным инженерно-геологических изысканий грунтов строительной площадки.

Это относится к грунтам особой категории, к которой относятся набухающие грунты [11, 12], специфика которых может, в частности, характеризоваться:

- частичной вычисляемостью функционалов, характеризующих объект, что типично для многих задач оптимального проектирования, когда при нарушении некоторых условий функционирования ряд характеристик объекта оказываются неопределенными;
- возможностью раздельного учета нарушений каждого ограни-

чения, описывающего условия функционирования (при этом предлагаемые методы не используют штрафных функций и коэффициентов, а осуществляют явный учет каждого ограничения);

- допустимостью разрывов характеристик, определяемых, например, ударными воздействиями, резонансными явлениями, скачками геометрических размеров или свойств материала и т.п. Эти особенности также учитываются явно (с адаптивной оценкой возможных скачков), т.е. без привлечения операций сглаживания разрывов;

- частичной целочисленностью, когда некоторые параметры имеют небольшое число возможных значений (марки материала, типовые компоненты и т.п.);

- наличием перечня некоторых запрещенных сочетаний значений параметров, обычно соответствующего простым (например, геометрическим) ограничениям и т.п.

Важной чертой рассматриваемых методов является новый способ преодоления трудностей, вызываемых ростом размерности задачи. Эти трудности связаны с тем, что методы, обеспечивающие экономный (целенаправленный) анализ вариантов, осуществляют последовательный выбор очередного варианта путем решения вспомогательной задачи глобального поиска. Эта задача устанавливает связь выбираемого варианта с результатами всех предшествующих выборов (поэтому сложность ее возрастает с ростом числа рассмотренных вариантов, образующих неравномерную сетку в пространстве параметров). Существенное упрощение вспомогательной задачи, достигаемое в предлагаемых методах, основано на использовании схем редукции размерности при помощи разверток (отображений, сохраняющих меру, непрерывность и ограниченность разностей при трансформации многомерной задачи в одномерную для систем проектирования фундаментов в сложных геологических условиях) [13].

1. Мкртчян А.А. К вопросу изучения на моделях и взаимодействия между фундаментом и основанием сооружения // Моделирование строительных конструкций на сейсмические воздействия. – Ереван. Изд-во Академии наук Армянской ССР, 1968. – С.58-66.

2. Гордеев В.Н., Лантух-Ляшенко А.И., Пашинский В.А., Перельмутер А.В., Пичугин С.В. Нагрузки и воздействия на здания и сооружения. – М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2004. – 478 с.

3. Авт. свид. № 2471559 СССР. Устройство для определения коэффициентов упругости грунта / Швец Н.С., Аграновский Г.Г., Рахлин Ю.В., Алексеев Б.Г. Опубл. 26.10.97.

4. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 216 с.

5. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости. – М.: Гостехиздат, 1953. – 143 с.

- 6.Штаерман И.Я. Конкретная задача теории упругости. – М.: Гостехиздат, 1949. – 152 с.
- 7.Клубин П.И. Расчет балочных и круглых плит на упругом основании // Инженерный сборник ИМ АН СССР. – 1952. – Т. XII. – С.10-18.
- 8.Гончаров В.Л. Теория интерполирования и приближения функций. – М.: Гостехиздат, 1934. – 142 с.
- 9.Клубин П.И. Распределение контактных добавлений между штампом с неплоской подошвой и упругой полуплоскостью // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1969. – №5. – С.10-12.
- 10.Шутенко Л.Н., Гильман А.Д., Лупан Ю.Т. Основание и фундаменты. – К.: Вища шк., 1989. – 328 с.
- 11.Сорочан Е.А. Строительство сооружений на набухающих грунтах. – М.: Стройиздат, 1989. – 312 с.
- 12.Сейфельдин Г.Х., Таранов В.Г. Фундаменты на набухающих грунтах Судана // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. Вып. 81. – К.: Техніка, 2008. – С.67-73.
- 13.Шутенко Л.Н., Лупан Ю.Т., Клемяционюк П.Л., Рудь А.Г., Стрижельчик Г.Г., Жиров А.В. Основания и фундаменты. – Харьков: ХНАГХ, 2004. – 674 с.

Получено 14.01.2009

УДК 624.015.5

Л.І.СТОРОЖЕНКО, д-р техн. наук, В.Ф.ПЕНЦ, канд. техн. наук, Л.М.СТОВБА
Полтавський національний технічний університет ім. Юрія Кондратюка

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗГІНАЛЬНИХ ТРУБОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КВАДРАТНОГО ПЕРЕРІЗУ

Наведено результати експериментальних досліджень деформацій згинальних трубобетонних елементів квадратного перерізу. Подана методика проведення експериментального дослідження, характеристика дослідних зразків, наведені значення деформацій зразків, що були випробувані на згинання.

Протягом останніх років у нашій країні проводяться активні наукові роботи з дослідження трубобетонних конструкцій. На сьогодні вивчені особливості роботи трубобетонних елементів циліндричного перетину залежно від їх геометричних характеристик, фізико-механічних властивостей бетону осердя та матеріалу оболонки, напружено-деформованого стану, способу прикладання навантаження та його тривалості, а також трубобетонні елементи квадратного перерізу, що працюють на стиск, але відсутні дослідження елементів, що працюють на згин.

Відомі дослідження трубобетонних елементів круглого перерізу [2-5]. Експериментальними дослідженнями деформацій трубобетонних елементів квадратного перерізу під керівництвом Л.І.Стороженка займалися Г.В.Головка [1, 5, 6] і В.В.Васюта [5, 6]. Наукові роботи Е.Д.Чихладзе [7, 8] присвячені дослідженню трубобетонних елементів прямокутного перерізу.